Révisions de première

EXERCICES – SÉRIE 1 - ÉNONCÉ

Patrice Lalevée
www.tontonpat.com

EXERCICE 1

*Chacune des neuf questions comporte quatre affirmations repérées par les lettres **a** , **b** , **c** et **d** .*
*Pour chacune de ces questions, indépendantes les unes des autres, une seule des réponses proposées est exacte. On demande de cocher cette réponse sur l'***ANNEXE***, à rendre avec la copie.*
Les réponses ne seront pas justifiées.

Notation : une réponse exacte rapporte un certain nombre de points, une réponse inexacte en enlève le tiers ; l'absence de réponse ne rapporte aucun point et n'en enlève aucun.
Si le total des points est négatif, la note globale attribuée à cet exercice est 0.

1. On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x)=(1-x^2)(x^3+x)$

a) La limite de g en $-\infty$ est 1
b) La limite de g en $-\infty$ est 0
c) La limite de g en $-\infty$ est $+\infty$
d) La limite de g en $-\infty$ est $-\infty$

2. On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x)=(1-x^2)(x^3+x)$

a) La limite de g en $+\infty$ est 1
b) La limite de g en $+\infty$ est 0
c) La limite de g en $+\infty$ est $+\infty$
d) La limite de g en $+\infty$ est $-\infty$

3. On considère l'inéquation $x^2-2x-7\leq 0$.

a) L'ensemble de solutions dans $\mathbb{R}$ de cette inéquation est $\left[\, 2-\sqrt{8}\, ,\, 2+\sqrt{8}\, \right]$

b) Cette inéquation a une unique solution dans $\mathbb{R}$: 32
c) L'ensemble de solutions dans $\mathbb{R}$ de cette inéquation est $\left]-\infty\, ,\, -1\right]\cup\left[\, 3\, ,\, +\infty\right[$
d) L'ensemble de solutions dans $\mathbb{R}$ de cette inéquation est $\left[\, 1-2\sqrt{2}\, ,\, 1+2\sqrt{2}\, \right]$

4. On considère l'inéquation $x^2 - 8x + 16 \leq 0$:

a) n'admet aucune solution dans $\mathbb{R}$

b) admet une unique solution dans $\mathbb{R}$: 4

c) admet une infinité de solutions dans $\mathbb{R}$: tous les réels de $]-\infty\,;\,4\,[\,\cup\,]\,4\,;\,+\infty[$

d) admet tout réel pour solution

5. On considère la fonction f définie sur $]-\infty\,;\,-2\,[\cup]\,-2\,;\,2\,[\cup]\,2\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{x^2 - 4x + 2}{4 - x^2}$$

On cherche les éventuels antécédents de -1 par f .

a) -1 n'a aucun antécédent par f

b) -1 a un unique antécédent par f : $\frac{3}{2}$

c) -1 a exactement deux antécédents par f : $2-\sqrt{2}$ et $2+\sqrt{2}$

d) -1 a exactement quatre antécédents par f : -2 , $2-\sqrt{2}$, $2+\sqrt{2}$ et 2

6. Un capital de 10 000 € est placé au taux de $t\,\%$ pendant un an.
L'intérêt est capitalisé et le nouveau capital est placé l'année suivante au taux de $(t-2)\%$.
Le nouvel intérêt est capitalisé et le nouveau capital est 11 880 € .
Alors t est une solution de l'équation :

a) $(100+t)(98+t) = 11880$

b) $10\left(1+\dfrac{t}{100}\right)\left(-2+\dfrac{t}{100}\right) = 11880$

c) $100\,(t+1)(t-1) = 11880$

d) $10\ 000 \times t \times (t-2) = 11880$

7. On considère la fonction $u : x \mapsto \sqrt{x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}}$.

a) l'ensemble de définition de u est $[0\,;\ +\infty[$

b) l'ensemble de définition de u est $\mathbb{R}$

c) u n'est définie pour aucun réel

d) l'ensemble de définition de u est $\left]-\infty\,;\ -\frac{1}{2}\right[\cup \left]-\frac{1}{2}\,;\ +\infty\right[$

8. On considère la fonction $g : x \mapsto 4 - x^2$.

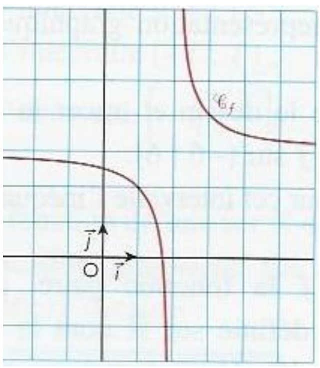
a) g est strictement croissante sur $]-\infty\,;\ 0]$

b) g est strictement croissante sur $[-2\,;\ 2]$

c) g est strictement croissante sur $[16\,;\ +\infty[$

d) g est strictement croissante sur $[2\,;\ +\infty[$

9. La courbe (C_f) ci-dessous représente une fonction f et a été déduite de la représentation graphique d'une fonction usuelle.



a) $f(x) = \dfrac{-3x-5}{x+2}$

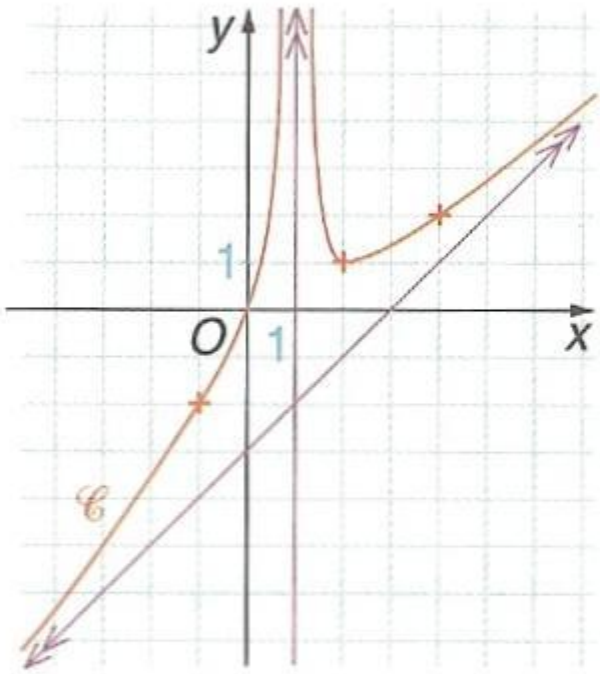
b) $f(x) = \dfrac{1}{x-2} + 3$

c) $f(x) = 3 + \dfrac{1}{x+2}$

d) $f(x) = \dfrac{1}{x+3} - 2$

EXERCICE 2

On considère la fonction f représentée par la courbe $\mathcal{C}$ ci-dessous.



1. Déterminer l'ensemble de définition de f .
2. Déterminer les images par f de -3 , 0 , 2 et 4 .
3. Déterminer les éventuels antécédents de 0 par f .
4. Déterminer l'ensemble des réels qui ont un unique antécédent par f .
5. Donner les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
6. Dresser le tableau de variation de f .
7. Étudier le signe de f selon les intervalles.
8. Donner les équations et les voisinages des droites asymptotes à la courbe $\mathcal{C}$
9. Expliquer pourquoi la courbe $\mathcal{C}$ et la droite d'équation $y = x-1$ ont deux et exactement deux points d'intersection. Donner les coordonnées de ces deux points d'intersection.

Consignes de rédaction :

- Justifier soigneusement les réponses aux questions **1.** , **2.** , **3.** , **7.** , et **9.**
- Ne pas justifier les réponses aux questions **4.** , **5.** , **6.** , et **8.**

EXERCICE 3

1. a) On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = x^2 - x + 2$.
Montrer que $g(x)$ a un signe constant pour tout réel x . Préciser ce signe.

b) On considère la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x) = x^2 - 2$.
Étudier le signe de $h(x)$ selon les valeurs de x .

2. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \dfrac{-3x^4 + 3x^3 - 6x + 12}{1 + x^2}$.

a) Vérifier que pour tout réel x , $f(x) = \dfrac{-3g(x)h(x)}{x^2 + 1}$.

b) Étudier le signe de $f(x)$ selon les valeurs de x .

EXERCICE 4

Soit la fonction f définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = 2 - \dfrac{1}{x}$.

1. Déterminer trois fonctions usuelles f_1, f_2 et f_3 telles que $f = f_3 \circ f_2 \circ f_1$.
(f est la composée de f_1 suivie de f_2 suivie de f_3)

2. En déduire le sens de variation de la fonction f sur $]0\ ;\ +\infty[$.

3. Tracer, à partir de la représentation graphique d'une fonction usuelle, la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal $(O\ ;\ \vec{i}, \vec{j})$ dont on choisira convenablement les unités. (justifier soigneusement la construction)

EXERCICE 5

On considère la fonction g définie par : $g(x) = \sqrt{x - \dfrac{1}{x}}$

a) Déterminer l'ensemble de définition de g .

b) Étudier le sens de variation de g (on pourra utiliser des propriétés sur le sens de variation de somme de fonctions et/ou de fonctions composées).

<u>ANNEXE</u>

<u>À détacher et à rendre avec la copie</u>

EXERCICE 1

Pour chacune des questions, une seule des réponses proposées est exacte.
Cocher la case correspondant à la bonne réponse

<u>*Notation*</u> *: une réponse exacte rapporte un certain nombre de points, une réponse inexacte en enlève le tiers ; l'absence de réponse ne rapporte aucun point et n'en enlève aucun.*
Si le total des points est négatif, la note globale attribuée à cet exercice est 0.

Questions	a)	b)	c)	d)
1.				
2.				
3.				
4.				
5.				
6.				
7.				
8.				
9.				